

Hong Kong Mathematics Olympiad (1988 – 89)

Heat Event (Group)

香港數學競賽 (1988 – 89)

初賽項目 (團體)

1. Given  $a$  and  $b$  are distinct real numbers satisfying  $a^2 = 5a + 10$  and  $b^2 = 5b + 10$ . Find the value of  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ .

$a$ 、 $b$  為兩相異實數，且  $a^2 = 5a + 10$  及  $b^2 = 5b + 10$ ，求  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  的值。

2. An interior angle of an  $n$ -sided convex polygon is  $x^\circ$  while the sum of other interior angles is  $800^\circ$ . Find the value of  $n$ .

一凸  $n$  邊形的一個內角是  $x^\circ$ ，其他內角的和是  $800^\circ$ ，求  $n$  的值。

3. It is known that  $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  for all positive integers  $n$ .

Find the value of  $21^2 + 22^2 + \cdots + 30^2$ .

已知對所有正整數  $n$ ， $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ，求  $21^2 + 22^2 + \cdots + 30^2$  的值。

4. One of the positive integral solutions of the equation  $19x + 88y = 1988$  is given by  $(100, 1)$ . Find another positive integral solution.

方程  $19x + 88y = 1988$  的其中一組正整數解是  $(100, 1)$ ，求另一組正整數解。

5. The line joining  $A(2, 3)$  and  $B(17, 23)$  meets the line  $2x - y = 7$  at  $P$ . Find the value of  $\frac{AP}{PB}$ .

$A(2, 3)$  與  $B(17, 23)$  的聯線交  $2x - y = 7$  於  $P$ ，求  $\frac{AP}{PB}$  的值。

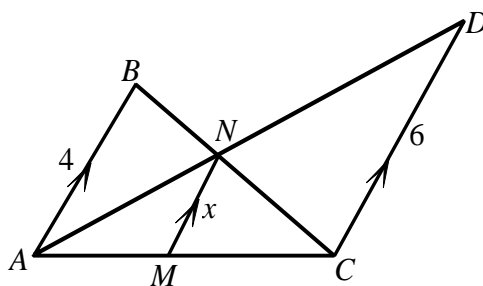
6. Find the remainder when  $7^{2047}$  is divided by 100.

求  $7^{2047}$  被 100 除所得的餘數。

7. If  $\log_2[\log_3(\log_7 x)] = \log_3[\log_7(\log_2 y)] = \log_7[\log_2(\log_3 z)] = 0$ , find the value of  $x + y + z$ .

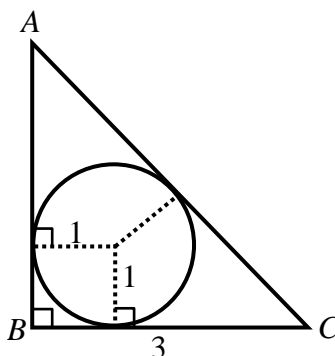
若  $\log_2[\log_3(\log_7 x)] = \log_3[\log_7(\log_2 y)] = \log_7[\log_2(\log_3 z)] = 0$ ，求  $x + y + z$  的值。

8. In figure 1,  $AB \parallel MN \parallel CD$ . If  $AB = 4$ ,  $CD = 6$  and  $MN = x$ , find the value of  $x$ .  
 在圖 1 中， $AB \parallel MN \parallel CD$ 。若  $AB = 4$ 、 $CD = 6$  及  $MN = x$ ，求  $x$  的值。



(Figure 1)(圖 1)

9. In Figure 2,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $BC = 3$  and the radius of the inscribed circle of  $\triangle ABC$  is 1. Find the length of  $AC$ .  
 在圖 2 中， $\angle B = 90^\circ$ 、 $BC = 3$ ，且  $\triangle ABC$  的內切圓半徑長 1 單位，求  $AC$  的長。



(Figure 2)(圖 2)

10. In the attached division (see Figure 3), the dividend in (a) is divisible by the divisor in line (b). Find the dividend in line (a). (Each asterisk \* is an integer from 0 to 9.)  
 在所附除法算式中(見圖 3)，(a) 列的被除數可被 (b) 列的除數整除。求 (a) 列的被除數。(每一星號 \* 為由 0 至 9 的整數。)

$$\begin{array}{r}
 \text{(b) } \dots * * * \overline{) \begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 * & 8 & * \\
 * & * & * & * & * & * & \dots \text{ (a)} \\
 * & * & * & * & & & \\
 \hline
 & * & * & * & & & \\
 & * & * & * & & & \\
 \hline
 & & * & * & * & & \\
 & & * & * & * & & \\
 \hline
 & & * & * & * & * & \\
 & & * & * & * & * & \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 }
 \end{array}$$

(Figure 3)(圖 3)